2025 年全国硕士研究生招生考试 国防科技大学自命题科目考试大纲

科目代码: 602 科目名称: 数学分析与高等代数

一、考试要求

主要考查学生对数学分析与高等代数的基本概念、基本理论与方法的理解与掌握,以及运用数学分析与高等代数的基本理论和方法分析和解决实际问题的能力。

二、考试内容

1. 数学分析

a. 函数、极限和连续

理解数集的概念及确界原理;掌握函数与反函数的概念、函数的特性;掌握数列极限与函数极限的概念、性质、运算法则和求极限的方法,掌握函数极限与数列极限之间的关系以及极限的柯西准则;掌握无穷大量与无穷小量的概念及性质;理解函数连续、一致连续的概念,掌握连续函数的性质。

b. 一元函数微分学

理解导数的概念,掌握求导法则,理解参变量函数的导数及高阶导数并掌握其求法,掌握微分的概念及计算;掌握微分中值定理、求不定式极限的法则以及 Taylor 公式; 理

解函数极值与最值的概念并掌握极值的判别方法与最值的 计算,理解函数凸凹性与拐点的概念并掌握其判定方法。

c. 一元函数积分学

理解不定积分概念和基本性质,掌握换元和分部积分法,掌握有理函数及可化为有理函数的简单无理函数与三角函数有理式等的不定积分计算;理解定积分的定义,掌握定积分的基本性质、可积的充要条件、微积分学基本定理、积分中值定理、定积分的计算方法及应用;理解反常积分的概念,了解无穷积分和瑕积分的性质,掌握其收敛性的判别方法。

d. 级数

掌握数项级数收敛、绝对收敛与条件收敛的概念和性质,掌握正项级与一般项级数敛散判别方法;掌握函数项级数一致收敛的定义、性质和判别方法;掌握幂级数与 Taylor级数的概念、幂级数的收敛域与和函数的分析性质,掌握常用基本初等函数的幂级数展开;理解函数 Fourier 展开式的定义,掌握函数展开为 Fourier 级数的充分条件,了解Fourier 级数的收敛性定理。

e. 多元函数微分学

理解多元函数的概念;掌握多元函数的极限、累次极限的定义及计算;掌握多元函数连续的定义、性质;理解偏导数与方向导数的概念,掌握其计算法则;理解可微性、

全微分和偏导数的概念,掌握多元函数可微的条件、几何意义及其应用,掌握多元复合函数的求导法则及全微分的求法;掌握高阶偏导数的概念及求法,了解多元函数中值定理和泰勒公式;理解多元函数极值的概念,掌握多元函数极值的求法;理解隐函数的概念、隐函数存在的条件,掌握隐函数定理和求导方法;理解条件极值的概念,掌握Lagrange乘数法。

f. 多元函数积分学

掌握重积分的定义、性质及计算(重点为二重与三重积分);掌握 Green 公式、曲线积分与路径无关的条件;掌握两类曲线积分的概念、性质、计算方法及二者的联系;掌握两类曲面积分的概念、性质、计算方法及二者的联系;掌握Gauss 公式与 Stokes 公式,了解场的概念。

g. 实数完备性

理解实数完备性的基本定理及应用。

2. 高等代数

a. 多项式与多项式矩阵

理解并掌握一元多项式的整除、最大公因式、因式分解和重因式等基本理论与方法;了解多项式与多项式函数之间的关系,了解对称多项式的定义以及化对称多项式为基本对称多项式的多项式的方法。理解并掌握多项式矩阵的行列式因子、不变因子和初等因子的概念与计算方法;掌握多项式

矩阵等价标准形的计算方法;理解矩阵相似与多项式矩阵等价之间的关系,掌握矩阵相似的充要条件;掌握矩阵若当标准形、有理标准形和最小多项式的定义与计算方法。

b. 行列式与线性方程组

理解并掌握行列式的定义、性质、计算和应用等基本理论与方法,特别关注行列式在线性方程组、n维向量、矩阵、二次型、线性空间和线性变换等知识领域中的应用。理解并掌握线性方程组解的存在性、求解方法和解的结构特征。

c. 矩阵与二次型

理解并掌握矩阵运算的定义与性质、矩阵逆的定义与计算、伴随矩阵的定义及其性质、矩阵秩的定义与计算方法、矩阵运算后行列式和秩的变换情况,了解初等矩阵和分块矩阵的定义以及在矩阵理论中应用。理解二次型的矩阵表示和秩的定义,掌握化二次型为标准形和规范形的方法;掌握正定二次型和正定矩阵的定义与判定方法,理解实二次型的正惯性指数、负惯性指数和符号差的概念。

d. 线性空间与线性变换

理解并掌握线性空间的定义与性质、线性空间的基与 维数、子空间的定义与运算等基本理论与方法;理解并掌 握向量组的线性相关性理论与方法,特别是n维向量的线 性相关、线性无关、极大线性无关组的定义与判定;掌握 基变换公式、维数变换公式以及直和的判定条件。理解并 掌握线性变换的定义、性质与矩阵表示; 掌握线性变换的特征值与特征向量的定义与计算方法; 理解线性变换的特征值与特征向量跟矩阵的特征值与特征向量之间的关系; 掌握线性变换和矩阵可以对角化的条件; 了解线性变换的值域和核的定义与计算方法。

e. 欧氏空间

理解并掌握欧氏空间的定义与性质;理解正交基、标准正交基、正交变换、正交矩阵、正交补空间等的概念与性质;掌握施密特正交化过程和正交矩阵的构造方法;掌握利用正交变换化实二次型为标准形的方法。

三、考试形式

考试形式为闭卷、笔试,考试时间为3小时,满分150分,其中数学分析90分,高等代数60分。

题型包括: 计算题(约50分)、证明题(约60分)、综合分析题(约40分)。

四、参考书目

- 1. 《数学分析》,华东师范大学数学系编,高等教育出版社,2019年,第五版。
- 2. 《高等代数》. 北京大学数学系编, 高等教育出版社, 2019年, 第五版。